Concursul interjudeţean de matematică Victor Vâlcovici

Brăila, 20 Mai 2017

Clasa a 8-a

Problema 1. Demonstraţi că pentru orice $a, b, c > 0$ este adevărată inegalitatea

$$\frac{a}{b+2c} + \frac{b}{c+2a} + \frac{c}{a+2b} > \frac{2}{3}.$$

Problema 2. Fie numerele reale strict pozitive $a_1, a_2, a_3, ...$ pentru care

$$a_{n+1} = \frac{n}{a_1 + a_2 + ... + a_n},$$

pentru orice $n \geq 1$.

(a) Demonstraţi că $a_3 \leq 1$.
(b) Dacă $a_5 = 1$, determinaţi a_1.

Problema 3. Fie O un punct interior tetraedrului $ABCD$. Dreptele AO, BO, CO şi DO intersectează planele $(BCD), (ACD), (ABD)$ şi (ABC) în punctele G, M, N respectiv P. Ştiind că

$$\frac{BO}{MO} = \frac{CO}{NO} = \frac{DO}{PO} = 3,$$

demonstraţi că G este centrul de greutate al triunghiului BCD.

Timp de lucru 3 ore
Fiecare problemă va fi notată cu maxim 7 puncte